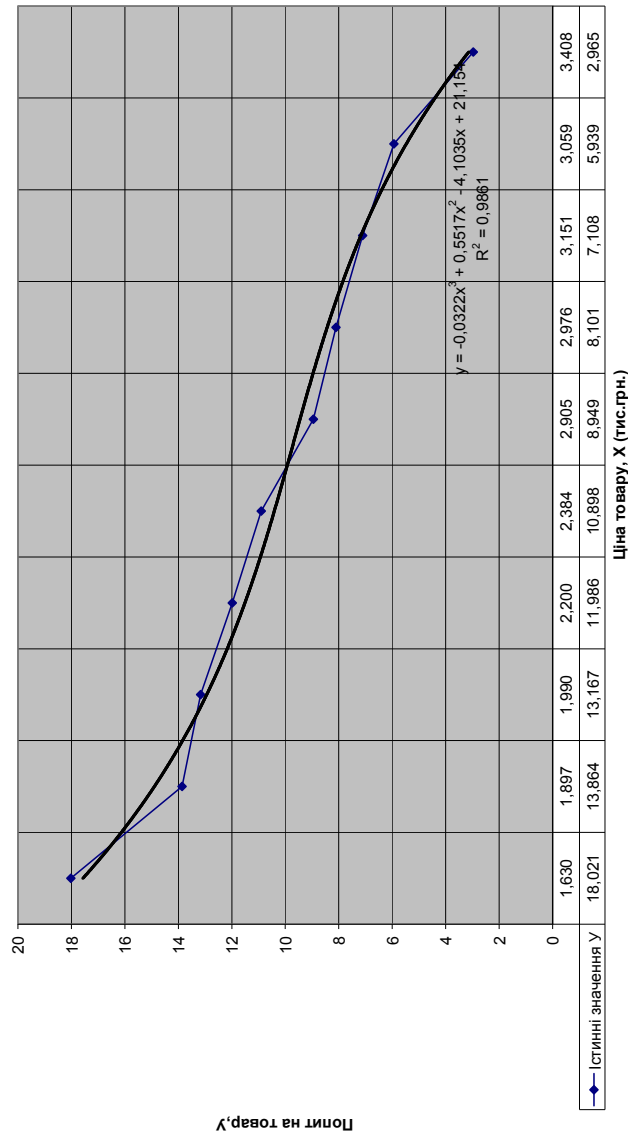


Спотоврена модель



А.В.ВОЗНЯК

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ
 ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
 ЗАЛЕЖНОСТІ ЦІНИ ТОВАРУ І ПОПИТУ
 МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
 ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ-КАРЛО**

Апроксимація поліномом третього степеня

Модель ІН 71М –42

Науковий керівник:
 кандидат технічних наук,
 доцент Р. М. Літнарівч

УДК 303.725.33

Возняк А.В. Побудова і дослідження економіко-математичної моделі залежності ціни товару і попиту методом статистичних випробувань Монте-Карло. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель ІН71М-42. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2009, 61с.

Рецензент: В. Г. Бурачек, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й. В. Джуно, доктор фізико-математичних наук, професор

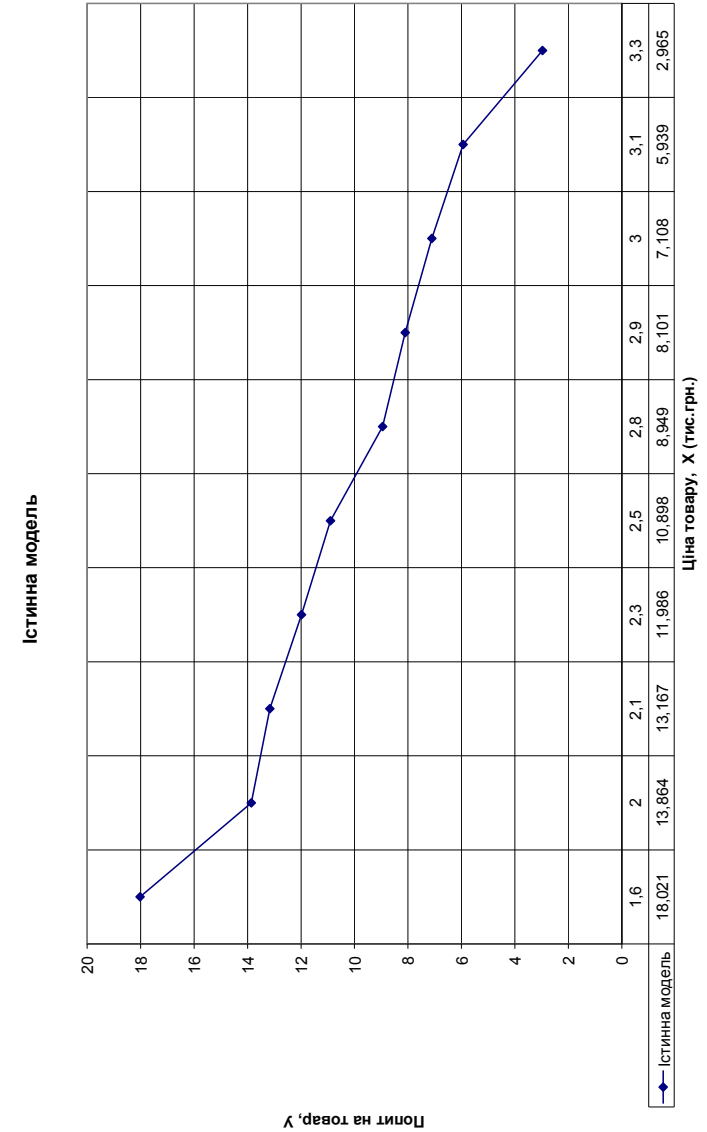
На основі фактичних даних залежності ціни товару і попиту на нього побудована математична модель у вигляді кубічного поліному за способом найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується за способом найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів а, в, с, d кубічного поліному апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки.

Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів Економічного факультету і факультету Кібернетики МEGУ. Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної школи МEGУ



0,943079
0,523252
0,535794
0,5634
0,545765
0,532445
0,51666
0,481303
0,492554
0,953812
$\sqrt{(1/P)}$

і розраховуються середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{φ} =

0,641953
0,356178
0,364715
0,383506
0,371502
0,362436
0,351691
0,327623
0,335281
0,64926
m_{φ}

Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1.Представлення істинної моделі залежності впливу ціни товару і попиту на нього	
1.1.Представлення істинної моделі	5
1.2.Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло	6
РОЗДІЛ 2. Побудова математичної моделі	
2.1.Представлення системи нормальних рівнянь	9
2.2 Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь.....	10
2.3.Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера.....	13
РОЗДІЛ 3. Оцінка точності результатів зрівноваження	
3.1 Контроль зрівноваження	19
3.2. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь	20
Висновки	38
Літературні джерела.....	40
Додатки	42

Передмова

За результатами фактичних даних залежності впливу ціни товару і попиту на нього будується математична модель у вигляді поліному третього степеня.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі береться ціна товару (x_i) в тис грн. і попит на нього (y_i).

По цим даним була побудована математична модель у вигляді поліному третього степеня способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки $0,1$.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується за способом найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Отримаємо допоміжну матрицю Q'

$\varphi \cdot Q = Q'$			
-0,9881018	8,16305	-22,06839	19,452556
0,4303416	-3,17382	7,3756419	-5,2342055
0,6206209	-4,77945	11,76979	-9,0986101
0,6304228	-5,13495	13,43075	-11,089829
0,3235584	-2,95247	8,492793	-7,5527666
-0,6360252	4,492588	-10,08928	7,2721966
-0,6300339	4,541792	-10,43357	7,6984189
-0,3272439	2,559306	-6,317977	4,9668211
-0,543	4,016	-9,462	7,1527383
1,119	-7,732	17,302	-12,56732

Перемноживши построчно елементи матриці Q на транспоновані строчки матриці φ , отримаємо вектор обернених ваг зрівноваженої функції

0,889397
0,273793
0,287076
0,317419
0,297859
0,283498
0,266938
0,231653
0,242609
0,909757
1/P = $Q'^* \cdot \varphi^T$

Знаходиться квадратний корінь із обернених ваг

		φ	
1	1,630	2,658	4,33283846
1	1,897	3,598	6,82491705
1	1,990	3,961	7,88463488
1	2,200	4,840	10,649477
1	2,384	5,683	13,546488
1	2,905	8,440	24,518019
1	2,976	8,855	26,352350
1	3,151	9,927	31,275554
1	3,059	9,355	28,615384
1	3,408	11,617	39,594594

На обернену матрицю Q

Обернена матриця Q			
4,505	-33,982	83,0633	-65,60775
-33,982	257,9	634,505	504,37224
83,06326	-634,51	1571,93	-1258,269
-65,6078	504,37	1258,27	1014,5311

1. Представлення істинної моделі

За результатами строгого зрівноваження отримана емпірична формула залежності ціни товару X від попиту на нього Y .

$$y = -4,717425x^3 + 33,731505x^2 - 85,78331x + 88,244437$$

Таблиця 1. Вихідні дані істинної моделі у табличному вигляді

x	1,6	2	2,1	2,3	2,5	2,8	2,9	3	3,1	3,3
y	18,021	13,864	13,167	11,986	10,898	8,949	8,101	7,108	5,939	2,965

За даними таблиці 1 побудуємо точкову діаграму і графік

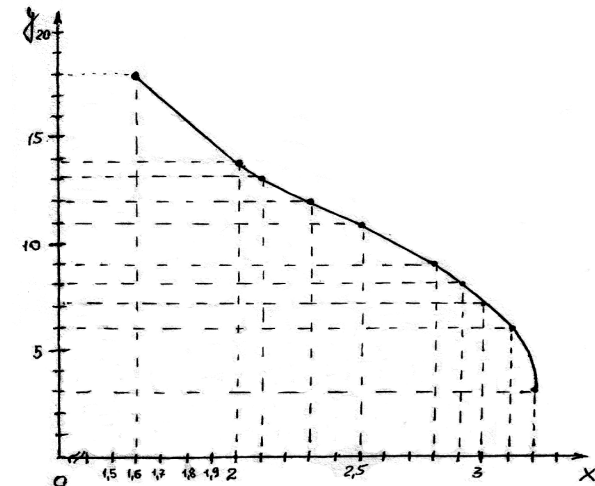


Рис.1. Точкова діаграма і графік істинної моделі.

Побудувавши ймовірнішу модель за способом найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно провести дослідження точності впливу залежності впливу ціни товару і попиту на нього методом статистичних

випробувань Монте Карло. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

Існує декілька таблиць псевдовипадкових чисел.

Користуючись даними таблицями, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олександром Олеговичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича. Приймаючи до уваги, що дана таблиця нами була використана для побудови спотвореної моделі, ми її приводимо в додатках для того, щоб наші опоненти змогли перевірити побудову самої моделі.

1.2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

В нашому випадку незалежні змінні представляються з точністю 0,1.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,05, тобто половині точності, з якою ми працюємо. Але, поставимо перед собою задачу ще дослідити математичні моделі з граничною точністю, яку приймемо вдвічі більшу за 0,05, тобто рівну 0,1.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдо-випадкових) чисел ξ_{cp} ,

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} \quad (1.1)$$

Де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp} \quad (1.2)$$

В стрічці 66 приведена статистична значущість коефіцієнтів моделі. Як бачимо, $t(c)=4,13308 > 2.446912$ (знак мінус до уваги не приймається).

$$t(b)=3.89359274 > 2.446912;$$

$$t(a)=3.88523 > 2.446912;$$

$$t(d)=5.115861 > 2.446912.$$

Таким чином, всі встановлені нами в даній дипломній роботі коефіцієнти статистично значимі на рівні 95% t – розподілу Стьюдента. Це і буде однією із характеристик адекватності побудованої нами математичної моделі емпіричним даним результатів експерименту.

Крім того, отриманий нами параметр F -розподілу Фішера

$$F=122,4591 > 4.533677$$

повністю підтверджує з надійністю 95% адекватність побудованої нами в даній дипломній роботі математичної моделі залежності ситуативної тривожності від характеристик пам'яті

$$y = -5,613x^3 + 42,563x^2 - 111,54x + 110,92$$

емпіричним даним проведеного нами експерименту.

В стрічці 62 приведені середні квадратичні похибки встановлених нами коефіцієнтів, повністю автентичні з нашими розрахунками, приведеними на попередній сторінці.

Як бачимо, абсолютна автентичність середньої квадратичної похибки одиниці ваги в стовпчику (N-63), рівної 0,680 тисяч гривень, забезпечила автентичність коефіцієнтів проведеним нами розрахункам.

Коефіцієнт детермінації $R^2=0.98812$ говорить про вдалий вибір рівняння математичної моделі залежності ситуативної тривожності від характеристик пам'яті для прогнозування значень Y .

Помноживши матрицю коефіцієнтів початкових рівнянь ϕ

	Контрольні розрахунки функцією ЛИНЕЙН						R
	M	N	O	P	Q		
	c	b	a	d	F(0,05;4;6)	4,533677	
61	-111,544	42,5631025	-5,61347	110,9193	c, b, a, d		
62	26,98812	10,9315754	1,444823	21,68145	стандарт Sai=S\sqrt{dii}		
63	0,98393	0,68069993	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ=m	
64	122,4591	6	#Н/Д	#Н/Д	F критерій	n-m-1	
65	170,2251	2,78011438	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]/N		
66	-4,13308	3,89359274	-3,88523	5,115861	t(0,05;6)	2,446912	

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i'^2}{n}} \quad (1.3)$$

4. Знаходять коефіцієнт пропорційності К, для визначення істинних похибок необхідності точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}} \quad (1.4)$$

де c – необхідна константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta}' = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c = 0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $c = 0,05$, отримаємо

$$K = \frac{0,05}{0,28} = 0,178.$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta_i' \cdot K \quad (1.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}} \quad (1.6)$$

$$\text{і порівняння} \quad m_{\Delta} = c \quad (1.7)$$

Таблиця 2. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta_i' = \xi_i - \xi_{cp}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = \Delta_i' \cdot K$	Δ_i^2
---	---------	------------	--------------------------------	---------------	--------------------------------	--------------

1	0,51	0,417	0,093	0,008649	0,03026	0,00091581
2	0,1		-0,317	0,100489	-0,103	0,01064040
3	0,08		-0,337	0,113569	-0,1097	0,01202539
4	0,11		-0,307	0,094249	-0,100	0,00997967
5	0,06		-0,357	0,127449	-0,1162	0,01349509
6	0,74		0,323	0,104329	0,105	0,01104700
7	0,65		0,233	0,054289	0,07582	0,00574846
8	0,88		0,463	0,214369	0,151	0,02269872
9	0,29		-0,127	0,016129	-0,0413	0,00170784
10	0,75		0,333	0,110889	0,10836	0,00091581
n=10	Σ4,17	Σ0	Σ0,94441	Σ0	Σ0,1000000	

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0,94441}{10}} = 0,3073$$

Коефіцієнт пропорційності $K = \frac{0,1}{0,3073} = 0,325$.

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,1000000}{10}} = 0,1$$

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$x_{спомв.} = x_{ісм.} + \Delta_i$
	$x_{ісм}$	$y_{ісм}$		
1	1,6	18,021	0,03026	1,630
2	2	13,864	-0,103	1,897
3	2,1	13,167	-0,1097	1,990
4	2,3	11,986	-0,100	2,200
5	2,5	10,898	-0,1162	2,384
6	2,8	8,949	0,105	2,905
7	2,9	8,101	0,07582	2,976

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$m = \sqrt{\frac{[VV]}{n-K}} = \sqrt{\frac{2,780}{6}} = 0,6807.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a

$$m_a = m \sqrt{\frac{1}{P_a}} = 1,444823.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b

$$m_b = m \sqrt{\frac{1}{P_b}} = 10,93158.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c

$$m_c = m \sqrt{\frac{1}{P_c}} = 26,98812.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d

$$m_d = m \sqrt{\frac{1}{P_d}} = 21,68145.$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} 5084,751 & 1674,261 & 562,089 \\ 1674,261 & 562,089 & 193,594 \\ 562,089 & 193,594 & 68,935 \end{vmatrix} = 4832,4851,$$

$$\frac{1}{P_{x_4}} = \frac{A_{44}}{\Delta} = 1014,5312; \quad \sqrt{\frac{1}{P_{x_{44}}}} = 31,852.$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (2.3.17) значення X спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятись від вихідних значень Y .

Таблиця 6. порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	$y'_{зрівноваж}$	$V = y_i - y'_i$	V^2
1	1,630	18,021	17,873	0,14769	0,02181
2	1,897	13,864	14,169	-0,3052	0,09312
3	1,990	13,167	13,26	-0,0933	0,00871
4	2,200	11,986	11,755	0,23096	0,05334
5	2,384	10,898	10,846	0,05233	0,00274
6	2,905	8,949	8,4581	0,49093	0,24101
7	2,976	8,101	7,9738	0,12718	0,01618
8	3,151	7,108	6,4272	0,6808	0,46349
9	3,059	5,939	7,3095	-1,3705	1,87819
10	3,408	2,965	2,926	0,03904	0,00152
$n=10$	25,6	100,998	101,00	0,000	2,780

8	3	7,108	0,151	3,151
9	3,1	5,939	-0,0413	3,059
10	3,3	2,965	0,10836	3,408
	$\Sigma 25,6$	$\Sigma 100,998$	$\Sigma 0$	$\Sigma 25,6$

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

РОЗДІЛ 2. Побудова математичної моделі

1. Представлення системи нормальних рівнянь

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i, Y_i , функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені K , де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \dots + a_m[x^m] - [y] &= 0, \\ a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [xy] &= 0, \\ a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [x^2y] &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \dots + a_m[x^{2m}] - [x^m y] = 0,$$

де знаком $[]$ позначена сума відповідного елемента.

Для поліному третього порядку виду

$$y = ax^3 + vx^2 + cx + d \quad (2.2)$$

Система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned}
 dn + c[x] + \vartheta[x^2] + a[x^3] - [y] &= 0, \\
 d[x] + c[x^2] + \vartheta[x^3] + a[x^4] - [xy] &= 0, \\
 d[x^2] + c[x^3] + \vartheta[x^4] + a[x^5] - [x^2y] &= 0, \\
 d[x^3] + c[x^4] + \vartheta[x^5] + a[x^6] - [x^3y] &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

або

$$\begin{aligned}
 a[x^6] + \vartheta[x^5] + c[x^4] + d[x^3] - [x^3y] &= 0, \\
 a[x^5] + \vartheta[x^4] + c[x^3] + d[x^2] - [x^2y] &= 0, \\
 a[x^4] + \vartheta[x^3] + c[x^2] + d[x] - [xy] &= 0, \\
 a[x^3] + \vartheta[x^2] + c[x] + dn - [y] &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

В подальшому будемо рiшати систему лiнiйних нормальних рiвнянь (2.3) або (2.4) одним iз вiдомих в математицi способiв.

2.2. Встановлення коефiциєнтiв нормальних рiвнянь

Приведемо розрахункову таблицю, на основi якiї стримують коефiциєнти нормальних рiвнянь.

Таблиця 4. Розрахунок коефiциєнтiв нормальних рiвнянь.

№	$x_{споме}$	$y_{iсm}$	x^0	x^2	x^3	x^6	x^5
1	1,630	18,021	1	2,658	4,333	18,773	11,516
2	1,897	13,864	1	3,598	6,825	46,579	24,556

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 562,089 & 193,594 & 68,935 \\ 193,594 & 68,935 & 25,6 \\ 68,935 & 25,6 & 10 \end{vmatrix} = 21,45966,$$

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_{x_1}} = \frac{A_{11}}{\Delta} = 4,505, \text{ а } \sqrt{\frac{1}{P_{x_{11}}}} = 2,122.$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 5084,751 & 562,089 & 193,594 \\ 562,089 & 68,935 & 25,6 \\ 193,594 & 25,6 & 10 \end{vmatrix} = 1228,455,$$

$$\frac{1}{P_{x_2}} = \frac{A_{22}}{\Delta} = 257,902; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{22}}}} = 16,059.$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 5084,751 & 1674,261 & 193,594 \\ 1674,261 & 562,089 & 68,935 \\ 193,594 & 68,935 & 10 \end{vmatrix} = 7487,535,$$

$$\frac{1}{P_{x_3}} = \frac{A_{33}}{\Delta} = 1571,932; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{33}}}} = 39,648.$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (3.2.7)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (3.2.8)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (3.2.9)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad (3.2.10)$$

де

$$\Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}. \quad (3.2.11)$$

Приведемо формулу розкриття визначника третього порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + \quad (3.2.12) \\ + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}).$$

І в нашому випадку отримаємо

3	1,990	13,167	1	3,961	7,885	62,167	31,235
4	2,200	11,986	1	4,840	10,649	113,411	51,548
5	2,384	10,898	1	5,683	13,546	183,507	76,980
6	2,905	8,949	1	8,440	24,518	601,133	206,923
7	2,976	8,101	1	8,855	26,352	694,446	233,363
8	3,151	7,108	1	9,927	31,276	978,160	310,462
9	3,059	5,939	1	9,355	28,615	818,840	267,711
10	3,408	2,965	1	11,617	39,595	1567,73 2	459,967
Σ	25,6	100,998	10	68,935	193,594	5084,75 1	1674,261

Продовження таблиці 4

№	x^4	x^3y	x^2y	xy
1	7,064	78,08208	47,89541	29,37896
2	12,946	94,62065	49,8831	26,2979

3	15,693	103,817	52,16044	26,2068
4	23,430	127,6446	58,0176	26,37042
5	32,293	147,6296	61,92955	25,979
6	71,227	219,4118	75,52628	25,99778
7	78,420	213,4804	71,73837	24,10711
8	98,539	222,3066	70,55873	22,3949
9	87,525	169,9468	55,56223	18,16546
10	134,953	117,398	34,44414	10,10578
Σ	562,089	1494,337	577,716	235,004

Параметр S розраховуються за формулою

$$S = x + x^2 + x^3 + x^0 - y. \quad (2.2.1)$$

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна система нормальних рівнянь

$$\begin{aligned} 10d + 25,6c + 68,935b + 193,594a - 100,998 &= 0, \\ 25,6d + 68,935c + 193,594b + 562,089a - 235,004 &= 0, \\ 68,935d + 193,594c + 562,089b + 1674,261a - 577,516 &= 0, \\ 193,594d + 562,089c + 1674,261b + 5084,751a - 1494,337 &= 0, \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

або

$$m_{x_1} = m \sqrt{\frac{A_{11}}{\Delta}}, \quad (3.2.1)$$

$$m_{x_2} = m \sqrt{\frac{A_{22}}{\Delta}}, \quad (3.2.2)$$

$$m_{x_3} = m \sqrt{\frac{A_{33}}{\Delta}}, \quad (3.2.3)$$

$$m_{x_4} = m \sqrt{\frac{A_{44}}{\Delta}}, \quad (3.2.4)$$

де $m_{x_1}, m_{x_2}, m_{x_3}, m_{x_4}$ – середні квадратичні похибки визначених невідомих x_1, x_2, x_3, x_4 , m – середня квадратична похибка одиниці ваги, яка розраховується за формулою

$$m = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}}, \quad (3.2.5)$$

У формулі (3.2.5) n - число парних факторів X і Y , K - число визначених коефіцієнтів. В нашому випадку $n = 10; K = 4$. V - різниця між вихідним значенням y_i і вирахованим значенням y' за отриманою нами, формулою (2.3.17);

$$V_i = y_i - y'_i \quad (3.2.6)$$

$A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}$ – алгебраїчні доповнення першого, другого, третього і четвертого діагональних елементів

Підставляючи отримані значення коефіцієнтів a, b, c, d у формулу (2.2.3), отримаємо наступні результати.

Таблиця 5. Коефіцієнти нормальних рівнянь і контроль зрівноваження.

	x^3	x^2	x	x^0	y	Контроль
x^3	5084,751	1674,261	562,089	193,594	1494,337	1494,337
x^2	1674,261	562,089	193,594	68,935	577,716	577,716
x	562,089	193,594	68,935	25,6	235,004	235,004
x^0	193,594	68,935	25,6	10	100,998	100,998

	-5,613	42,563	-111,54	110,92		
	Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования.	b	c	d		

КОНТРОЛЬ ЗРІВНОВАЖЕННЯ:

$$[Y\bar{Y}] - a[YX^3] - b[YX^2] - c[YX] - d[Y] = \begin{matrix} 2,780114 \\ [VV]= 2,780114 \\ 0,000000 \end{matrix}$$

3.2. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середні квадратичні похибки визначаємих x_1, x_2, x_3, x_4 розраховуються за формулами:

$$\begin{aligned} 5084751a + 1674261b + 562089c + 193594d - 1494337 &= 0, \\ 1674261a + 562089b + 193594c + 68935d - 577716 &= 0, \\ 562089a + 193594b + 68935c + 25,6d - 235004 &= 0, \\ 193594a + 68935b + 25,6c + 10d - 100998 &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

2.3. Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \dots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі c , складемо із коефіцієнтів при невідомих визначник Δ , який називається визначником системи рівнянь (2.3.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.3.2)$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (2.3.2) на x_i . В лівій частині будемо мати Δx_i , в правій же частині введемо у всі члени i -го стовпчика визначника a_k і множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i}x_i \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i}x_i \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni}x_i \dots a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.3.3)$$

Потім до i -го стовпчика визначника (2.3.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на x_1, x_2, \dots, x_n . Величина

визначника від цього не зміниться. Тоді i -стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (2.3.1).

Замінімо його вільними членами цієї системи і позначимо через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n1} & \dots & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.3.4)$$

$$\text{Звідки, } x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n1} & \dots & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n1} & \dots & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}. \quad (2.3.5)$$

Формула (2.3.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (2.3.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однокорінних рівнянь.

Система лінійних однокорінних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ рівний нулю.

Для системи чотирьох лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4, \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

якщо визначник системи Δ не дорівнює нулю

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 5084,751 & 1674,261 & 1494,337 & 193,594 \\ 1674,261 & 562,089 & 577,716 & 68,935 \\ 562,089 & 193,594 & 235,004 & 25,6 \\ 193,594 & 68,935 & 100,998 & 10 \end{vmatrix} = -531,3143,$$

і невідомий коефіцієнт c при x буде

$$c = x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{-531,3143}{4,7633} = -111,54;$$

$$\Delta_{x_4} = \begin{vmatrix} 5084,751 & 1674,261 & 562,089 & 1494,337 \\ 1674,261 & 562,089 & 193,594 & 577,716 \\ 562,089 & 193,594 & 68,935 & 235,004 \\ 193,594 & 68,935 & 25,6 & 100,998 \end{vmatrix} = 528,3385,$$

коефіцієнт d буде

$$d = \frac{\Delta_{x_4}}{\Delta} = \frac{528,3385}{4,7633} = 110,92.$$

Таким чином, на основі проведених досліджень, математична модель впливу ситуативної тривожності x_i на характеристики пам'яті y_i виражається формулою

$$y = -5,613x^3 + 42,563x^2 - 111,54x + 110,92 \quad (2.3.17)$$

РОЗДІЛ 3. Оцінка точності результатів зрівноваження

3.1. Контроль зрівноваження

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5084,751 & 1674,261 & 562,089 & 193,594 \\ 1674,261 & 562,089 & 193,594 & 68,935 \\ 562,089 & 193,594 & 68,935 & 25,6 \\ 193,594 & 68,935 & 25,6 & 10 \end{vmatrix} = 4,7633$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 1494,337 & 1674,261 & 562,089 & 193,594 \\ 577,716 & 562,089 & 193,594 & 68,935 \\ 235,004 & 193,594 & 68,935 & 25,6 \\ 100,998 & 68,935 & 25,6 & 10 \end{vmatrix} = -26,7385,$$

тоді невідомий коефіцієнт a при x^3 буде

$$a = x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{-26,7385}{4,7633} = -5,613;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 5084,751 & 1494,337 & 562,089 & 193,594 \\ 1674,261 & 577,716 & 193,594 & 68,935 \\ 562,089 & 235,004 & 68,935 & 25,6 \\ 193,594 & 100,998 & 25,6 & 10 \end{vmatrix} = 202,73952,$$

тоді невідомий коефіцієнт b при x^2 буде

$$b = x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{202,73952}{4,7633} = 42,563;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (2.3.7)$$

то система визначника і по Крамеру її невідомі виражаються формулами

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.3.8)$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.3.9)$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.3.10)$$

$$x_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\Delta} \quad (2.3.11)$$

Як бачимо, що

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (2.3.12)$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_3 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (2.3.13)$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}, \quad \dots\dots\dots(2.3.14)$$

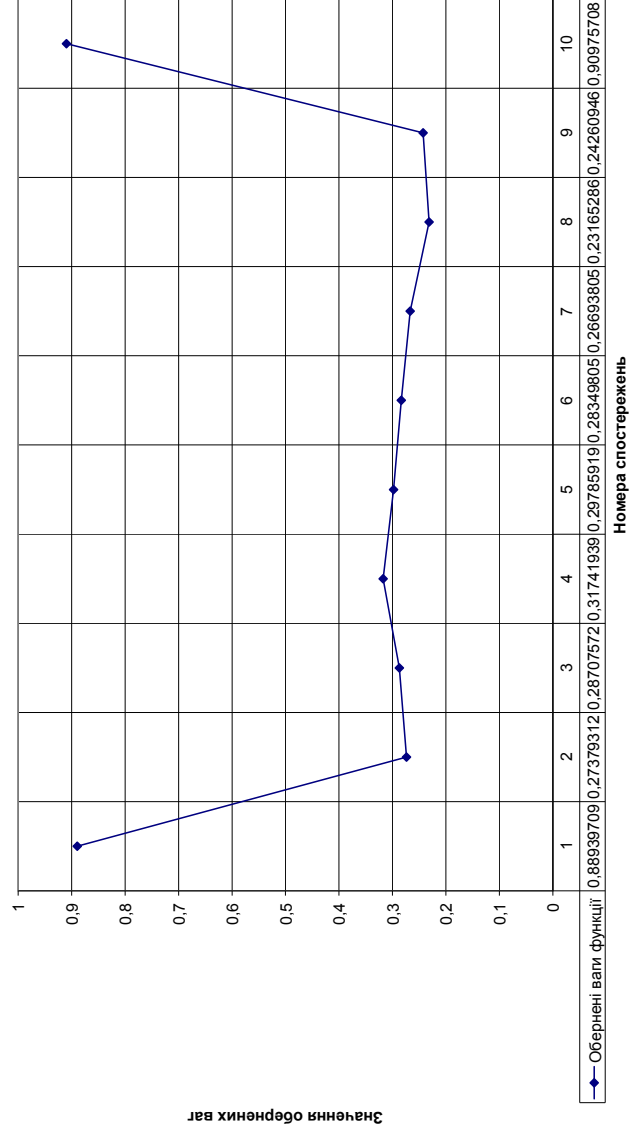
$$\dots \Delta_{x_4} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}. \quad (2.3.15)$$

Приведемо формулу знаходження визначника четвертого порядку

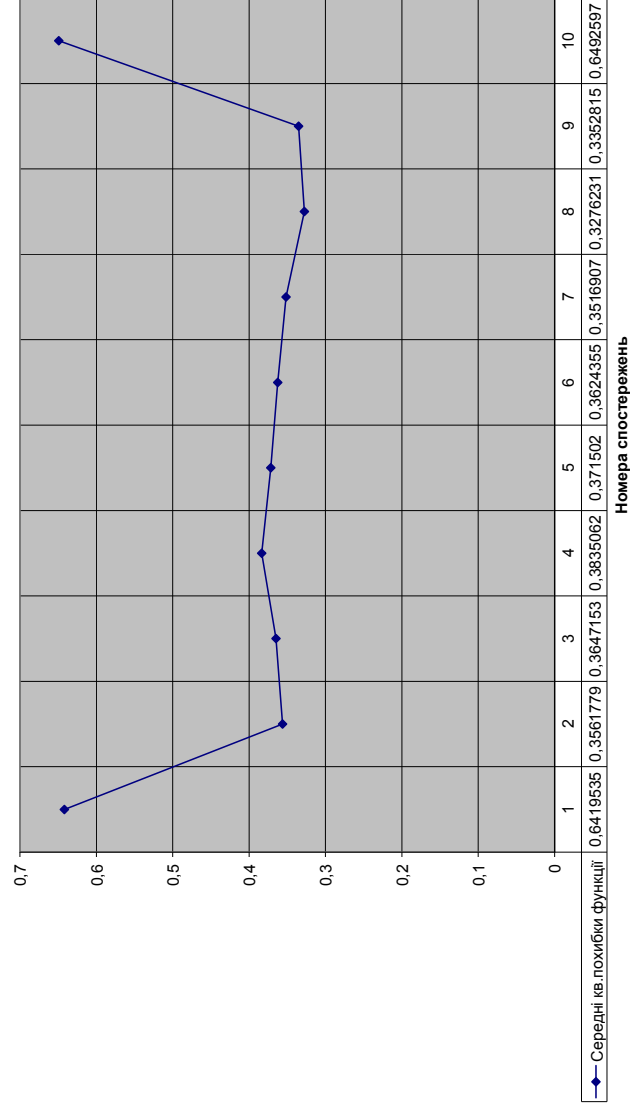
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = (a_{23}a_{43} - a_{33}a_{42})(a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21}) + \\ + (a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42})(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}) + \\ + (a_{31}a_{43} - a_{33}a_{41})(a_{14}a_{22} - a_{12}a_{24}) + \\ + (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}) + \\ + (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43})(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) + \\ + (a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41})(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}). \quad (2.3.16)$$

І в нашому випадку

Обернені ваги функції



Середні квадратичні похибки функції



Значення похибок

Аліна Василівна ВОЗНЯК

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ
ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЗАЛЕЖНОСТІ ЦІНИ ТОВАРУ І ПОПИТУ
МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ-КАРЛО**
Апроксимація поліномом третього степеня
Модель ІН 71М –42

Наукове видання

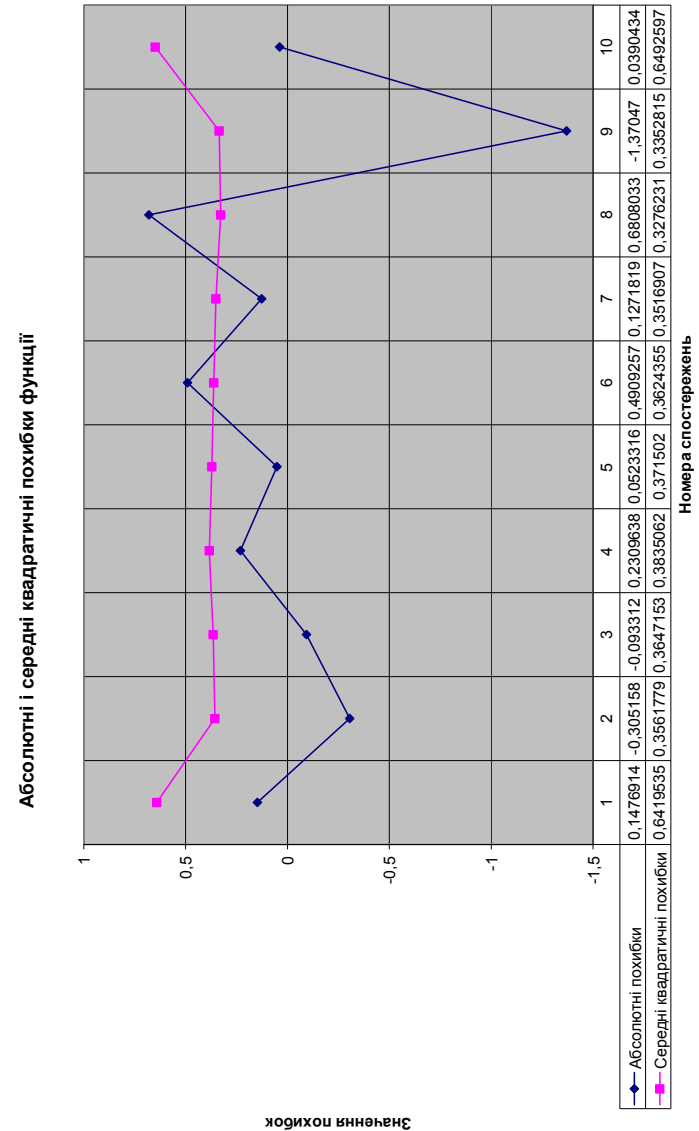
**Науковий керівник – кандидат технічних наук,
доцент Літнарівч Руслан Миколайович**

*Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у редакторі
Microsoft® Office 2003® А.В.Возняк*

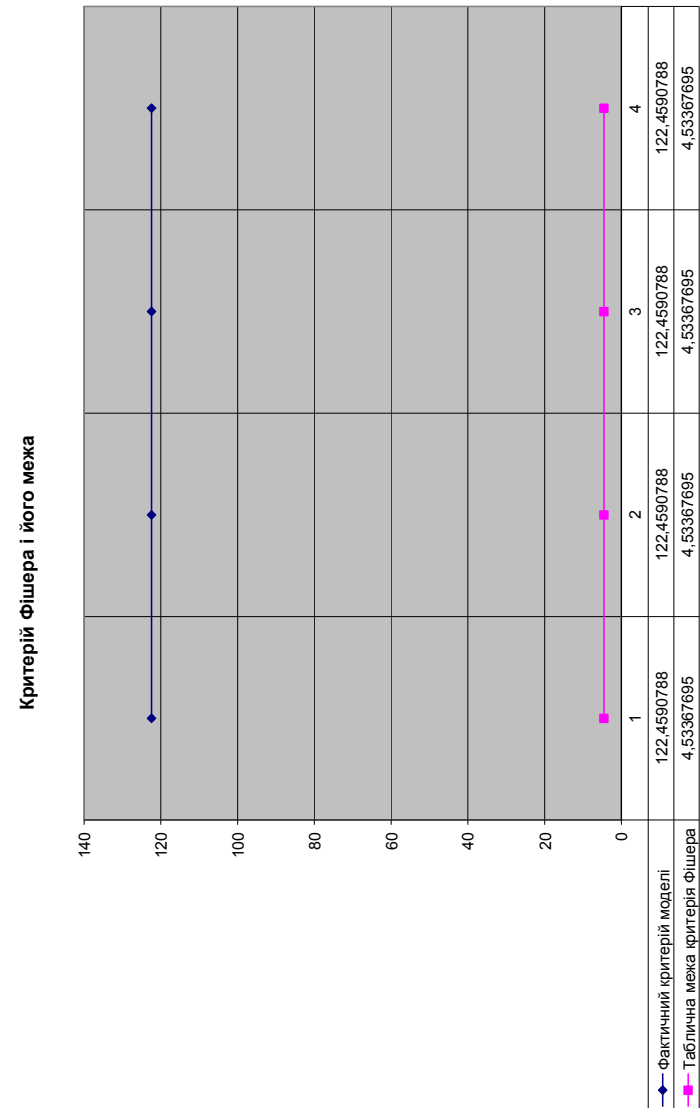
**Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім.
академіка С. Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м.Рівне, Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua**



0.17	0.58	0.34	0.41	0.37	0.52	0.23	0.97	0.09	0.68	0.34	0.08	0	0.53	0.55	0.98
0.49	0.17	0.54	0.17	0.38	0.18	0.83	0.99	0.94	0.46	0.97	0.48	0.67	0.62	0.65	0.51
0.65	0.82	0.76	0.58	0.48	0.35	0.88	0.45	0.31	0.42	0.77	0.56	0.87	0.9	0.02	0.9
0.95	0.17	0.02	0.83	0.52	0.97	0.16	0.34	0.45	0.62	0.12	0.96	0.4	0.43	0.52	0.31
0.17	0.6	0.06	0.65	0.1	0.12	0.41	0.2	0.06	0.59	0.75	0.58	0.51	0.27	0.61	0.78
Variant No./ Random values															
433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448
0.58	0.38	0.29	0.2	0.41	0.97	0.48	0.44	0.23	0.6	0.8	0.07	0.19	0.3	0.45	0.76
0.18	0.93	0.23	0.49	0.22	0.92	0.79	0.65	0.01	0.98	0.75	0.18	0.72	0.12	0.72	0.67
0.5	0.79	0.81	0.25	0.54	0.7	0.95	0.89	0.04	0.55	0.63	0.57	0.92	0.12	0.21	0.03
0.33	0.46	0.69	0.74	0.99	0.23	0.56	0.3	0.25	0.49	0.47	0.8	0.24	0.9	0.11	0.41
0.95	0.21	0.23	0.82	0.81	0.53	0.09	0.11	0.4	0.79	0.07	0.38	0.6	0.25	0.15	0.22
0.74	0.29	0.95	0.81	0.8	0.72	0.47	0.16	0.25	0.91	0.66	0.85	0.45	0.13	0.33	0.12
0.39	0.48	0.04	0.94	0.7	0.79	0.11	0.91	0.53	0.26	0.73	0.43	0.02	0.82	0.44	0.18
0.6	0.41	0.42	0.63	0.63	0.95	0.48	0	0.04	0.48	0	0.26	0.7	0.49	0.62	0.48
0.2	0.17	0.92	0.89	0.64	0.76	0.69	0.75	0.83	0.18	0.32	0.71	0.31	0.42	0.51	0.7
0.29	0.69	0.23	0.48	0.89	0.62	0.76	0.68	0.44	0.03	0.23	0.26	0.09	0.27	0.52	0.49
Variant No./ Random values															
449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464
0.6	0.35	0.79	0.96	0.46	0.92	0.56	0.5	0.49	0.36	0.81	0.83	0.6	0.9	0.03	0.23
0.8	0.92	0.93	0.45	0.95	0.88	0.97	0.06	0.95	0.36	0.53	0.49	0.4	0.6	0.34	0.02
0.16	0.65	0.44	0.37	0.55	0.89	0	0.45	0.63	0.28	0.82	0.25	0.05	0.45	0.25	0.56
0.4	0.56	0.44	0.82	0.46	0.51	0.51	0.87	0.54	0.71	0.19	0.62	0.18	0.44	0.39	0.65
0.82	0.53	0.37	0.54	0.38	0.85	0.69	0.09	0.41	0.13	0.03	0.15	0.09	0.52	0.61	0.79
0.37	0.8	0.02	0.97	0.41	0.2	0.76	0.65	0.14	0.79	0.39	0.42	0.59	0.02	0.98	0.96
0.95	0.94	0.69	0.95	0.56	0.57	0.61	0.21	0.86	0.56	0.19	0.67	0.33	0.78	0.62	0.36
0.25	0.61	0.25	0.21	0.63	0.2	0.86	0.28	0.69	0.22	0.21	0.03	0.27	0.48	0.89	0.21
0.86	0.54	0.36	0.48	0.02	0.29	0.67	0.8	0.7	0.57	0.65	0.61	0.51	0.44	0.63	0.2
0.46	0.92	0.79	0.06	0.82	0.12	0.07	0.38	0.83	0.77	0.81	0.42	0.33	0.56	0.28	0.23
Variant No./ Random values															
465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
0.6	0.89	0.63	0.2	0.8	0.68	0.22	0.24	0.68	0.01	0.22	0.48	0.26	0.11	0.77	0.18



Висновки

На основі досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності впливу ціни товару на його попит.
3. Математична модель апроксимована за способом найменших квадратів кубічним поліномом.
4. Отримана формула

$$y = -5,613x^3 + 42,563x^2 - 111,54x + 110,92$$
 залежності впливу ціни товару X на його попит Y .
5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 0,68 тисяч гривень;

- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a при x^3 $m_a = 1,445$;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x^2 $m_b = 10,931$;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c при x $m_c = 26,988$;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d $m_d = 21,681$.

0.51	0.33	0.38	0.94	0.52	0.57	0.42	0.39	0.95	0.08	0.29	0.65	0.91	0.22	0.85	0.08
Variant No./ Random values															
385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
0.55	0.58	0.21	0.57	0.25	0.03	0.1	0.71	0.25	0.7	0.12	0.66	0.83	0.02	0.4	0.29
0.29	0.52	0.52	0.2	0.11	0.87	0.26	0.76	0.75	0.62	0.2	0.41	0.54	0.2	0.51	0.61
0.84	0.16	0.34	0.84	0.75	0.65	0.16	0.99	0.98	0.11	0.61	0.41	0.01	0	0.29	0.96
0.07	0.83	0.86	0.9	0.92	0.91	0.6	0.3	0.28	0.84	0	0.26	0.91	0.04	0.14	0.07
0.92	0.88	0.62	0.15	0.07	0.84	0.24	0.51	0.67	0.09	0.08	0.7	0	0.69	0.92	0.82
0.12	0.06	0.6	0.41	0.83	0.71	0.8	0.65	0.35	0.56	0.72	0.52	0.53	0.25	0.67	0.53
0.28	0.61	0.29	0.1	0.42	0.48	0.77	0.61	0.82	0.58	0.29	0.76	0.51	0.57	0.95	0.98
0.47	0.03	0.56	0.22	0.26	0.29	0.34	0.86	0	0.34	0.15	0.87	0.22	0.98	0.05	0.34
0.98	0.96	0.5	0.22	0.62	0.91	0.74	0.87	0.88	0.2	0.27	0.34	0.2	0.92	0.22	0.24
0.53	0.39	0.85	0.62	0.64	0.76	0.69	0.14	0.9	0.55	0.62	0.84	0.25	0.03	0.91	0.27
Variant No./ Random values															
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416
0.57	0.71	0.02	0.84	0.02	0.79	0.98	0.06	0.63	0.65	0.82	0.54	0.88	0.92	0.64	0.88
0.02	0.54	0.56	0.61	0.01	0.72	0.96	0.7	0.26	0.64	0.07	0.65	0.59	0.04	0.29	0.09
0.94	0.56	0.81	0.5	0.65	0.26	0.53	0.05	0.37	0.18	0.29	0.41	0.27	0.03	0.36	0.93
0.13	0.78	0.51	0.78	0.6	0.9	0.4	0.7	0.86	0.67	0.11	0.49	0.65	0.58	0.34	0.34
0.34	0.76	0.93	0.38	0.57	0.81	0.71	0.13	0.86	0.45	0.58	0.73	0.67	0.81	0.23	0.01
0.45	0.87	0.68	0.71	0.26	0.6	0.34	0.89	0.13	0.9	0.95	0.62	0	0.99	0.39	0.36
0.1	0.31	0.02	0.91	0.61	0.61	0.52	0.88	0.13	0.84	0.37	0.9	0.99	0.04	0.23	0.17
0.47	0.33	0.63	0.94	0.8	0.45	0.75	0.93	0.14	0.93	0.14	0.05	0.29	0.76	0.34	0.75
0.74	0.81	0.19	0.35	0.67	0.09	0.11	0.01	0.37	0.75	0.17	0.21	0	0.8	0.31	0.55
0.9	0.24	0.85	0.3	0.9	0.66	0.92	0.03	0.76	0.71	0.92	0.2	0.33	0.22	0.9	0.94
Variant No./ Random values															
417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432
0.33	0.46	0.76	0.85	0.14	0.22	0.14	0.47	0.73	0.79	0.39	0.37	0.51	0.7	0.34	0.43
0.66	0.19	0.91	0.04	0.03	0.37	0.51	0.11	0.73	0.54	0.71	0.91	0.85	0.5	0.46	0.44
0.9	0.26	0.36	0.55	0.12	0.81	0.62	0.28	0.82	0.44	0.62	0.57	0.59	0.16	0.33	0.3
0.39	0.1	0.72	0.25	0.38	0.37	0.42	0.18	0.21	0.4	0.88	0.35	0.08	0.65	0.73	0.91
0.77	0.15	0.09	0.68	0.28	0.87	0.47	0.82	0.65	0.69	0.95	0.99	0.57	0.44	0.9	0.66

0.2	0.41	0.99	0.47	0.45	0.53	0.85	0.93	0.81	0.02	0.34	0.39	0.55	0.44	0.95	0.97
0.78	0.37	0.79	0.02	0.37	0.42	0.16	0.17	0.27	0.11	0.17	0.23	0.64	0.34	0.35	0.43
0.94	0.78	0.22	0.18	0.18	0.52	0.86	0.24	0.08	0.51	0.4	0.06	0.66	0.04	0.43	0.32
0.58	0.88	0.56	0.98	0.67	0.05	0.43	0.15	0.47	0.06	0.96	0.57	0.47	0.45	0.85	0.5
0.33	0.23	0.23	0.34	0.21	0.07	0.3	0.15	0.45	0.94	0.05	0.16	0.55	0.37	0.9	0.68
0.66	0.27	0.33	0.37	0.99	0.58	0.51	0.15	0.62	0.57	0.84	0.32	0.29	0.88	0.27	0.37
0.23	0.19	0.89	0.87	0.57	0.14	0.15	0.95	0.78	0.11	0.19	0.63	0.58	0.33	0	0.59
0.4	0.87	0.3	0.68	0.12	0.16	0.02	0.87	0.64	0.96	0.28	0.67	0.44	0.6	0.47	0.74
0.64	0.91	0.59	0.95	0.05	0.49	0.73	0.74	0.25	0.62	0.69	0.01	0.04	0.9	0.37	0.78

Variant No./ Random values

353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368
0.19	0.86	0.83	0.59	0.38	0.14	0.65	0.74	0.12	0.68	0.04	0.92	0.56	0.48	0.79	0.85
0.56	0.14	0.53	0.72	0.34	0.78	0.67	0.33	0.03	0.9	0.46	0.88	0.38	0.34	0.36	0.34
0.65	0.53	0.79	0.49	0.86	0.41	0.92	0.7	0.56	0.38	0.72	0.93	0.17	0.48	0.72	0.33
0.2	0.83	0.76	0.01	0.12	0.3	0.29	0.91	0.13	0.67	0.93	0.86	0.27	0.08	0.94	0.38
0.79	0.93	0.62	0.01	0.62	0.95	0.15	0.41	0.33	0.71	0.42	0.48	0.92	0.83	0.07	0.22
0.01	0.26	0.9	0.14	0.75	0.46	0.68	0.47	0.65	0.35	0.76	0.16	0.47	0.73	0.79	0.46
0.75	0.2	0.04	0.9	0.75	0.71	0.55	0.52	0.78	0.19	0.65	0.36	0.21	0.32	0.39	0.26
0.4	0.61	0.6	0.13	0.63	0.58	0.15	0.59	0.07	0.42	0.2	0.2	0.2	0.31	0.87	0.27
0.76	0.05	0.27	0.72	0.19	0	0.55	0.61	0.48	0.42	0.55	0.51	0.87	0.92	0.53	0.03
0.43	0.51	0.39	0.84	0.42	0.53	0.22	0.34	0.15	0.76	0.23	0.36	0.1	0.64	0.25	0.06

Variant No./ Random values

369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384
0.39	0.04	0.97	0.5	0.08	0.65	0.62	0.71	0.09	0.53	0.59	0.19	0.46	0.58	0.97	0.51
0.41	0.31	0.03	0.48	0.22	0.76	0.93	0.06	0.24	0.74	0.35	0.36	0.32	0.56	0.91	0.6
0.78	0.15	0.47	0.81	0.81	0.15	0.28	0.43	0.66	0.79	0.57	0.06	0.11	0.08	0.61	0.53
0.31	0.5	0.44	0.52	0.12	0.74	0.73	0.92	0.45	0.44	0.94	0.54	0.23	0.68	0.28	0.86
0.06	0.13	0.4	0.84	0.14	0.86	0.37	0.76	0.7	0.09	0.61	0.2	0.71	0.51	0.24	0.91
0.4	0.43	0.02	0.72	0.53	0.86	0.07	0.64	0.82	0.36	0.34	0.14	0.33	0.46	0.23	0.51
0.89	0.75	0.76	0.64	0.52	0.16	0.41	0.37	0.67	0.96	0.9	0.31	0.49	0.5	0.19	0.1
0.85	0.75	0.98	0.44	0.23	0.91	0.98	0.62	0.91	0.64	0.21	0.93	0.99	0.49	0.07	0.23
0.62	0.34	0.64	0.68	0.44	0.11	0.73	0.94	0.03	0.26	0.59	0.18	0.4	0.44	0.37	0.8

середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

•

0,641953
0,356178
0,364715
0,383506
0,371502
0,362436
0,351691
0,327623
0,335281
0,64926

6. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.
8. Вона дає можливість набрати велику статистику, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в економіці, математиці, інформатиці.

Літературні джерела

1. Бугір М.К. Теорія ймовірності та математична статистика. Тернопіль: Підручники і посібники, 1998. -176с.
2. Бугір М.К. Математика для економістів: Посібник. - К.: Видавничий центр «Академія», 2003. -520с.
3. Васильченко І.П., Васильченко З.М. Фінансова математика. Навч. посібник. -К.: Кондор, 2007. -184с.
4. Гершгорн А.С. Математическое программирование и его применение в экономических расчётах. М.: Экономика, 1968. -200с.
5. Гильберт А. Как работать с матрицами. Пер. с нем. Москва: Статистика, 1981, -157.
6. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. Москва: Наука, 1976, -320 с.
7. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. Москва: ЮНИТИ ДАНА, 2003. - 311с.
8. Літнарівч Р.М. Лінійна алгебра. Елементи теорії визначників. Курс лекцій. МЕНУ, Рівне, 2007, -72 с.
9. Літнарівч Р.М. Алгебра матриць. Курс лекцій. МЕНУ, Рівне, 2007. - 109 с.
10. Літнарівч Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз. Частина 1. МЕНУ, Рівне, 2009. -127 с.
-11. Літнарівч Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2. МЕНУ, Рівне, 2009. -36 с.
12. Літнарівч Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Онтодидактика поліноміальної апроксимації. Частина 3. МЕНУ, Рівне, 2009. -32 с.
13. Пилипчук М.І., Григор'єв А.С., Шостак В.В. Основи наукових досліджень.: Підручник. - К.: Знання, 2007. -270 с.
14. Романчиков В.І. Основи наукових досліджень. Навчальний посібник. К.: Центр учбової літератури, 2007. - 254 с.

0.25	0.1	0.47	0.47	0.09	0.16	0.43	0.96	0.13	0.62	0.67	0.6	0.44	0.92	0.56	0.27
0.42	0.04	0.2	0.83	0.2	0.85	0.66	0.11	0.9	0.62	0.54	0.54	0.33	0.72	0.13	0.15
0.35	0.95	0.84	0.5	0.68	0.77	0.24	0.6	0.29	0.01	0.61	0.87	0.66	0.79	0.52	0.4
0.61	0.63	0.42	0.52	0.25	0.77	0.19	0.54	0.29	0.16	0.29	0.91	0.93	0.06	0.45	0.53
0.77	0.99	0.14	0.03	0.73	0.4	0.43	0.28	0.75	0.26	0.28	0.88	0.96	0.39	0.95	0.87
Variant No./ Random values															
305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
0.94	0.75	0.72	0.91	0.74	0.64	0.26	0.35	0.74	0.55	0.25	0.4	0.79	0.09	0.14	0.51
0.35	0.71	0.11	0.36	0.94	0.1	0.91	0.19	0.39	0.32	0.51	0.91	0.07	0.6	0.2	0.82
0.52	0.02	0.61	0.87	0.98	0.53	0.18	0.87	0.7	0.58	0.42	0.97	0.25	0.91	0.67	0.78
0.13	0.14	0.96	0.99	0	0.9	0.19	0.21	0.16	0.97	0.17	0.37	0.27	0.84	0.76	0.84
0.72	0.68	0.6	0.84	0.9	0.03	0.37	0.7	0.24	0.24	0.29	0.16	0.51	0.3	0.05	0
0.51	0.68	0.32	0.33	0.64	0.35	0.03	0.89	0.51	0.7	0.29	0.89	0.39	0.22	0.33	0.45
0.17	0.22	0.01	0.38	0.12	0.8	0.69	0.65	0.01	0.17	0.84	0.4	0.87	0.45	0.19	0.6
0.12	0.12	0.28	0.59	0.93	0.71	0.62	0.31	0.3	0.17	0.11	0.44	0.48	0.46	0.4	0.9
0.38	0.9	0.64	0.49	0.54	0.44	0	0.61	0.98	0.69	0.07	0.54	0.85	0.16	0.02	0.63
0.27	0.5	0.52	0.98	0.34	0.91	0.87	0.4	0.78	0.66	0.8	0.88	0.18	0.33	0.85	0.1
Variant No./ Random values															
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336
0.22	0.83	0.34	0.5	0.85	0.04	0.86	0.08	0.25	0.03	0.93	0.02	0.13	0.32	0.19	0.71
0.55	0.18	0.43	0.06	0.35	0.45	0.5	0.07	0.66	0.82	0.82	0.94	0.93	0.04	0.13	0.77
0.65	0.52	0.79	0.39	0.75	0.17	0.54	0.61	0.39	0.53	0.98	0.46	0.83	0.39	0.36	0.38
0.3	0.47	0.46	0.11	0.99	0.66	0.53	0.85	0.81	0.53	0.84	0.2	0.56	0.85	0.33	0.86
0.21	0.86	0.72	0.52	0.33	0.4	0.28	0.3	0.87	0.11	0.23	0.28	0.27	0.89	0.21	0.25
0.07	0.71	0.26	0.29	0.46	0.32	0.29	0.56	0.39	0.89	0.89	0.89	0.35	0.82	0.11	0.67
0.45	0.62	0.7	0.1	0.21	0.83	0.56	0.46	0.22	0.01	0.34	0.96	0.71	0.51	0.88	0.19
0.09	0.73	0.03	0.81	0.19	0.8	0.04	0.97	0.34	0.07	0.23	0.96	0.1	0.36	0.85	0.4
0.66	0.43	0.19	0.39	0.5	0.97	0.9	0.19	0.06	0.99	0.63	0.95	0.52	0.45	0.3	0.05
0.45	0.05	0.8	0.68	0.55	0.01	0.95	0.67	0.3	0.22	0.92	0.19	0.13	0.93	0.39	0.18
Variant No./ Random values															
337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352
0.56	0.8	0.34	0.49	0.03	0.98	0.2	0.59	0.55	0.1	0.02	0.26	0.35	0.35	0.36	0.19

0.99	0.64	0	0.48	0.24	0.35	0.4	0.37	0.01	0.41	0.63	0.14	0.96	0.58	0.97	0.94
Variant No./ Random values															
257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272
0.09	0.24	0.32	0.37	0.89	0.69	0.07	0.06	0.97	0.79	0.42	0.23	0.62	0.5	0.82	0.21
0.68	0.89	0.57	0.38	0.37	0.98	0.62	0.3	0.01	0.59	0.37	0.76	0.47	0.16	0.51	0.22
0.89	0.35	0.78	0.6	0.15	0.88	0.16	0.17	0.55	0.78	0.29	0.73	0.52	0.33	0.44	0.6
0.42	0.81	0.51	0.26	0.27	0.2	0.37	0.34	0.31	0.46	0.53	0.19	0.77	0.77	0.41	0.6
0.31	0.99	0.06	0.65	0.54	0.18	0.76	0.39	0.79	0.29	0.33	0.44	0.19	0.52	0.15	0.41
0.34	0.18	0.99	0.48	0.54	0.44	0.73	0.45	0.67	0.38	0.31	0.62	0.49	0.93	0.41	0.91
0.31	0.81	0.48	0.09	0.27	0.77	0.71	0.03	0.86	0.38	0.77	0.34	0.31	0.77	0.2	0.75
0.45	0.65	0.45	0.32	0.2	0.77	0.7	0.92	0.12	0.01	0.9	0.51	0.66	0.09	0.62	0.8
0.49	0.09	0.26	0.36	0.01	0.97	0.59	0.88	0.28	0.16	0.13	0.32	0.31	0.66	0.63	0.65
0.28	0.61	0.93	0.26	0.68	0.63	0.36	0.06	0.27	0.35	0.67	0.63	0.03	0.54	0.47	0.76
Variant No./ Random values															
273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288
0.28	0.03	0.5	0.45	0.07	0.77	0.23	0.55	0.47	0.1	0.58	0.59	0.54	0.87	0.02	0.79
0.08	0.14	0.35	0.62	0.4	0.14	0.51	0.71	0.8	0.62	0.46	0.43	0.62	0.67	0.94	0.56
0.12	0.75	0.31	0.81	0.34	0.07	0.83	0.3	0.33	0.62	0.54	0.23	0.27	0.83	0.94	0.49
0.75	0.38	0.24	0.37	0.2	0.58	0.35	0.31	0.14	0.77	0.11	0.99	0.26	0.06	0.38	0.13
0.34	0.67	0.76	0.87	0.96	0.95	0.97	0.03	0.09	0.83	0.39	0.13	0.07	0.71	0.09	0.87
0.04	0.08	0.59	0.13	0.37	0.46	0.41	0.44	0.28	0.22	0.77	0.26	0.34	0.65	0.94	0.7
0.47	0.45	0.87	0.84	0.77	0.87	0.2	0.19	0.27	0.71	0.52	0.8	0.73	0.17	0.67	0.9
0.77	0.07	0.15	0.72	0.13	0.44	0.47	0.3	0.6	0.57	0	0.73	0.34	0.92	0.43	0.69
0.31	0.13	0.83	0.5	0.49	0.31	0.63	0.12	0.84	0.04	0.25	0.12	0.19	0.25	0.65	0.17
0.98	0.06	0.94	0.11	0.35	0.28	0.01	0.31	0.47	0.01	0.3	0.47	0.81	0.64	0.37	0.88
Variant No./ Random values															
289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304
0.51	0.85	0.29	0.09	0.28	0.54	0.52	0.01	0.16	0.58	0.39	0.34	0.19	0.65	0.62	0.13
0.49	0.14	0.34	0.15	0.95	0.62	0.58	0.65	0.86	0.55	0.7	0.55	0.26	0.9	0.49	0.65
0.2	0.98	0.58	0.03	0.38	0.5	0.72	0.24	0.26	0.48	0.29	0.39	0.72	0.85	0.84	0.78
0.31	0.63	0.05	0.77	0.77	0.56	0.06	0.88	0.87	0.64	0.46	0.24	0.82	0.46	0.85	0.79
0.26	0.03	0.95	0.35	0.27	0.73	0.48	0.03	0.04	0.8	0.29	0	0.58	0.76	0.07	0.58

15. Ржевський С.В., Александрова .М. Дослідження операцій. Київ,:Академвидав, 2006,-560 с.

16. Сиськов В.И. Корреляционный анализ в экономических исследованиях. Москва:Статистика, 1975,-168 с.

17.Терехов Л.Л. Производственные функции. Москва: Статистика, 1974, - 128 с.

18. Толбатов Ю.А.Економетрика.Тернопіль:Підручники і посібники.2008,-288 с.

19. Юзбашев М.М. Методы изучения динамики распределений и зависимостей. Москва: Статистика, 1974,188 с.

20. Блаттнер, Патрик. Использование Microsoft Office Excel 2003.Специальное издание:Пер.с англ..- М.: Издательский дом «Вильямс», 2005.-864 с.

21. Уокенбах, Джон. Excel 2003. Библия пользователя.: Пер.с англ.: Издательский дом «Вильямс», 2005.- 768 с.

22. Карлберг, Конрад. Бизнес-анализ с помощью Microsoft Excel. Издание 2005 года. Пер.с англ.: Издательский дом «Вильямс», 2005.- 464 с.

- Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневую функцією. Частина 5. МЕНУ, Рівне, 2006, -17 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок.

0,51	0,417	0,093	0,008649	0,03026	0,00091581
0,1	0,417	-0,317	0,100489	-0,103	0,01064040
0,08	0,417	-0,337	0,113569	-0,1097	0,01202539
0,11	0,417	-0,307	0,094249	-0,100	0,00997967
0,06	0,417	-0,357	0,127449	-0,1162	0,01349509
0,74	0,417	0,323	0,104329	0,105	0,01104700
0,65	0,417	0,233	0,054289	0,07582	0,00574846
0,88	0,417	0,463	0,214369	0,151	0,02269872
0,29	0,417	-0,127	0,016129	-0,0413	0,00170784
0,75	0,417	0,333	0,110889	0,10836	0,01174162
4,17	Суми	0	0,94441	1,4E-16	0,10000000
A	B	C	D	E	F

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі.

0,03026	1,630	1,6	18,021	1,630
-0,103	1,897	2	13,864	1,897
-0,1097	1,990	2,1	13,167	1,990
-0,100	2,200	2,3	11,986	2,200
-0,1162	2,384	2,5	10,898	2,384
0,105	2,905	2,8	8,949	2,905
0,07582	2,976	2,9	8,101	2,976
0,151	3,151	3	7,108	3,151
-0,0413	3,059	3,1	5,939	3,059
0,10836	3,408	3,3	2,965	3,408
1,4E-16	25,600	25,6	100,998	25,600
E	I	G	H	I
Істинні похиб.	Хспотв.	Хіст.	Уіст.	Хспотв.

0.61	0.4	0.68	0	0.7	0.02	0.37	0.87	0.76	0.59	0.13	0.44	0.01	0.71	0.27	0.49
0.47	0.04	0.2	0.56	0.22	0.3	0.53	0.89	0.94	0.56	0.13	0.14	0.07	0.11	0.27	0
0.04	0.07	0.85	0.47	0.33	0.26	0.99	0.39	0.08	0.14	0.54	0.66	0.46	0.45	0.88	0.07
0.97	0.27	0.08	0.26	0.68	0.3	0.63	0.43	0.28	0.58	0.78	0.56	0.98	0.3	0.52	0.35
0.8	0.89	0.33	0.06	0.57	0.57	0.4	0.67	0.95	0.45	0.71	0.63	0.77	0.52	0.54	0.2
0.21	0.14	0.95	0.57	0.61	0.58	0.14	0	0.25	0.01	0.26	0.22	0.85	0.94	0.13	0.02
0.16	0.47	0.15	0.5	0.97	0.92	0.59	0.23	0.09	0.9	0.79	0.65	0.47	0.37	0.61	0.25
0.51	0.76	0.56	0.75	0.13	0.57	0.51	0.78	0.29	0.66	0.64	0.54	0.77	0.91	0.74	0.5
0.11	0.29	0.96	0.14	0.89	0.03	0.04	0.63	0.99	0.47	0.13	0.29	0.62	0.1	0.73	0.4
Variant No./ Random values															
225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
0.43	0.75	0.18	0.95	0.73	0.59	0.61	0.45	0.89	0.01	0.93	0.89	0.71	0.31	0.11	0.79
0.04	0.29	0.78	0.28	0.56	0.47	0.5	0.32	0.03	0.19	0.86	0.91	0.51	0.4	0.28	0.7
0.8	0.85	0.99	0.04	0.8	0.1	0.94	0.12	0.14	0.72	0.21	0.31	0.79	0.47	0.64	0.77
0.72	0.62	0.24	0.14	0.25	0.48	0.54	0.54	0.03	0.32	0.15	0.71	0.85	0.3	0.61	0.42
0.28	0.81	0.37	0.58	0.5	0.43	0.06	0.33	0.21	0.75	0.18	0.29	0.79	0.86	0.62	0.23
0.71	0.72	0.15	0.91	0.6	0.77	0.16	0.69	0.25	0.47	0.48	0.73	0.89	0.86	0.65	0.49
0.49	0.45	0.01	0.14	0.65	0.4	0.62	0.84	0.33	0.66	0.39	0.37	0.9	0.03	0.97	0.69
0.26	0.56	0.72	0.14	0.63	0.85	0.3	0.67	0.36	0.09	0.65	0.71	0.2	0.91	0.8	0.76
0.38	0.32	0.71	0.66	0.41	0.62	0.74	0.88	0.88	0	0.78	0.69	0.25	0.6	0.29	0.02
0.28	0.47	0.21	0.04	0.03	0.17	0.21	0.18	0.6	0.82	0.04	0.19	0	0.04	0.22	0.96
Variant No./ Random values															
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256
0.61	0.71	0.19	0.63	0.77	0.92	0.13	0.37	0.57	0.51	0.14	0.95	0.95	0.01	0.56	0.6
0.49	0.63	0.18	0.62	0.94	0.72	0.65	0.47	0.36	0.42	0.52	0.3	0.81	0.77	0.03	0.67
0.51	0.59	0.06	0.73	0.5	0.23	0.5	0.72	0.83	0.54	0.05	0.67	0.04	0.03	0.86	0.74
0.35	0.13	0.62	0.22	0.24	0.77	0.15	0.89	0.15	0.04	0.95	0.3	0.98	0.44	0.48	0.93
0.33	0.09	0.63	0.4	0.87	0.8	0.76	0.93	0.25	0.99	0.39	0.78	0.05	0.41	0.93	0.41
0.44	0.73	0.77	0.44	0.18	0.42	0.63	0.12	0.98	0.6	0.8	0.99	0.88	0.86	0.87	0.41
0.32	0.6	0.47	0.21	0.56	0.95	0.16	0.23	0.96	0.58	0.64	0.57	0.3	0.21	0.63	0.15
0.98	0.19	0.31	0.95	0.16	0.73	0.53	0.81	0.29	0.74	0.16	0.77	0.29	0.47	0.86	0.72
0.42	0.29	0.24	0.65	0.43	0.66	0.8	0.09	0.8	0.67	0.69	0.28	0.23	0.82	0.8	0.68

0.41	0.48	0.48	0.82	0.91	0.64	0.47	0.06	0.09	0.57	0.52	0.7	0.69	0.57	0.22	0.09
0.17	0.56	0.71	0.16	0.72	0.29	0.1	0.98	0.16	0.9	0.91	0.52	0.8	0.17	0.35	0.06
0.71	0.27	0.48	0.58	0.32	0.22	0.87	0.18	0.35	0.2	0.93	0.53	0.96	0.57	0.25	0.12
0.1	0.83	0.57	0.91	0.51	0.36	0.98	0.82	0.09	0.14	0.44	0.21	0	0.67	0.51	0.03
0.34	0.67	0.11	0.03	0.14	0.12	0.67	0.11	0.13	0.69	0.9	0.86	0.58	0.51	0.63	0.98
Variant No./ Random values															
177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192
0.31	0.5	0.19	0.7	0.16	0.51	0.51	0.16	0.85	0.17	0.14	0.37	0.65	0.76	0.18	0.35
0.15	0.56	0.5	0.88	0.49	0.09	0.98	0.98	0.59	0.98	0.23	0.87	0.34	0.55	0.28	0.33
0.16	0.35	0.5	0.76	0.47	0.91	0.85	0.35	0.89	0.32	0.26	0.18	0.54	0.89	0.63	0.21
0.32	0.93	0.3	0.89	0.85	0.7	0.64	0.2	0.46	0.75	0.25	0.9	0.7	0.91	0.54	0.81
0.41	0.65	0.49	0.85	0.94	0.61	0.63	0.71	0.8	0.27	0.09	0.81	0.99	0.43	0.09	0.92
0.44	0.88	0.95	0.75	0.71	0.28	0.28	0.9	0.59	0.23	0.23	0.32	0.6	0.97	0.29	0.97
0.12	0.08	0.44	0.33	0.57	0.32	0.65	0.48	0.93	0.82	0.39	0.11	0.93	0.25	0.97	0.46
0.36	0.67	0.3	0.58	0.36	0.04	0.14	0.28	0.13	0.88	0.3	0.32	0.03	0.82	0.49	0.03
0.75	0.89	0.85	0.24	0.37	0.44	0.17	0.02	0.91	0.32	0.76	0.56	0.18	0.09	0.37	0.73
0.44	0.4	0.3	0.7	0.74	0.69	0.21	0.12	0.01	0.91	0.3	0.2	0.33	0.03	0.8	0.19
Variant No./ Random values															
193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208
0.76	0.21	0.1	0.11	0	0.44	0.92	0.93	0.21	0.51	0.6	0.84	0.24	0.44	0.85	0.96
0.37	0.66	0.98	0.38	0.95	0.22	0.86	0.84	0.78	0.31	0.23	0.55	0.26	0.58	0.21	0.31
0.44	0.95	0.76	0.85	0.72	0.62	0.43	0.34	0.41	0.89	0.3	0.39	0.68	0.64	0.26	0.24
0.34	0.1	0.77	0.32	0.26	0.97	0.8	0.28	0.07	0.31	0.89	0.15	0.44	0.11	0.01	0.04
0.46	0.82	0.32	0.52	0.71	0.62	0.01	0.05	0.26	0.52	0.27	0.21	0.11	0.66	0.03	0.96
0.66	0.55	0.73	0.09	0.25	0.47	0.11	0.05	0.57	0.85	0.37	0.63	0.46	0.68	0.2	0.65
0.31	0.09	0.89	0.65	0.26	0.91	0.86	0.2	0.56	0.47	0.69	0.31	0.25	0.7	0.58	0.63
0.56	0.62	0.01	0.85	0.58	0.1	0.07	0.29	0.36	0.06	0.59	0.87	0.64	0.86	0.11	0.79
0.1	0.45	0.33	0.48	0.85	0.03	0.46	0.11	0.36	0.57	0.68	0.67	0.53	0.24	0.94	0.41
0.66	0.8	0.39	0.62	0.65	0.79	0.78	0.77	0.18	0.55	0.6	0.84	0.55	0.29	0.65	0.41
Variant No./ Random values															
209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224
0.26	0.65	0.4	0.85	0.3	0.61	0.43	0.44	0.43	0.18	0.58	0.67	0.69	0.75	0.14	0.56

Додаток 3. Розрахункова таблиця.

1	2,658	4,333	7,064	11,516	18,773	29,37896	47,89541
1	3,598	6,825	12,946	24,556	46,579	26,2979	49,8831
1	3,961	7,885	15,693	31,235	62,167	26,2068	52,16044
1	4,840	10,649	23,430	51,548	113,411	26,37042	58,0176
1	5,683	13,546	32,293	76,980	183,507	25,979	61,92955
1	8,440	24,518	71,227	206,923	601,133	25,99778	75,52628
1	8,855	26,352	78,420	233,363	694,446	24,10711	71,73837
1	9,927	31,276	98,539	310,462	978,160	22,3949	70,55873
1	9,355	28,615	87,525	267,711	818,840	18,16546	55,56223
1	11,617	39,595	134,953	459,967	1567,732	10,10578	34,44414
10	68,935	193,594	562,089	1674,261	5084,751	235,004	577,716
J	K	L	M	N	O	P	Q
X0	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	YX	YX^2

Продовження розрахункової таблиці.

78,08208	17,873	0,14769	0,02181	324,7564
94,62065	14,169	-0,3052	0,09312	192,2105
103,817	13,26	-0,0933	0,00871	173,3699
127,6446	11,755	0,23096	0,05334	143,6642
147,6296	10,846	0,05233	0,00274	118,7664
219,4118	8,4581	0,49093	0,24101	80,0846
213,4804	7,9738	0,12718	0,01618	65,6262
222,3066	6,4272	0,6808	0,46349	50,52366
169,9468	7,3095	-1,3705	1,87819	35,27172
117,398	2,926	0,03904	0,00152	8,791225
1494,337	101,00	0,000	2,780	1193,065
R	S	T	U	V
YX^3	Yзривн.	V=Yi-Yз	VV	YY

Додаток 4. Розрахунок визначників.

5084,751	1674,261	562,089	193,594
1674,261	562,089	193,594	68,935
562,089	193,594	68,935	25,6
193,594	68,935	25,6	10
D=	4,76326937		
1494,337	1674,261	562,089	193,594
577,716	562,089	193,594	68,935
235,004	193,594	68,935	25,600
100,998	68,935	25,600	10
D1=	-26,7384515		
5084,751	1494,337	562,089	193,594
1674,261	577,716	193,594	68,935
562,089	235,004	68,935	25,6
193,594	100,998	25,6	10
D2=	202,73952		
5084,751	1674,261	1494,337	193,594
1674,261	562,089	577,716	68,935
562,089	193,594	235,004	25,6
193,594	68,935	100,998	10
D3=	-531,3143		
5084,751	1674,261	562,089	1494,337
1674,261	562,089	193,594	577,716
562,089	193,594	68,935	235,004
193,594	68,935	25,6	100,998
D4=	528,3385		

0.88	0.79	0.71	0.08	0.93	0.14	0.56	0.69	0.13	0.68	0.67	0.22	0.87	0.48	0.94	0.05
Variant No./ Random values															
129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
0.6	0.1	0.15	0.03	0.3	0.86	0.17	0.92	0.86	0.8	0.92	0.08	0.74	0.76	0.09	0.17
0.82	0.49	0.38	0.58	0.9	0.09	0.71	0.49	0.09	0.67	0.59	0.85	0.26	0.13	0.65	0.54
0.97	0.81	0.89	0.31	0.29	0.78	0.48	0.21	0.68	0.29	0.98	0.94	0.87	0.22	0.65	0.88
0.04	0.85	0.75	0.64	0.01	0.42	0.7	0.47	0.75	0.55	0.13	0.23	0.79	0.64	0.14	0.51
0.52	0.37	0.46	0.23	0.43	0.64	0.54	0.28	0.58	0.44	0.47	0.95	0.26	0.58	0.67	0.82
0.1	0.51	0.14	0.13	0.54	0.73	0.57	0.39	0.52	0.31	0.13	0.42	0.71	0.66	0.1	0.21
0.35	0.96	0.95	0.36	0.23	0.14	0.42	0.95	0.24	0.84	0.93	0.71	0.87	0.11	0.01	0.45
0.76	0.54	0.03	0.59	0.02	0.79	0.93	0.44	0.03	0.74	0.2	0.07	0.31	0.05	0.78	0.53
0.9	0.62	0.19	0.83	0.87	0.44	0.78	0.08	0.47	0.84	0.89	0.68	0.33	0.21	0.44	0.57
0.13	0.86	0.87	0.51	0.94	0.35	0.06	0.43	0.02	0.18	0.45	0.31	0.91	0.04	0.84	0.81
Variant No./ Random values															
145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
0	0.53	0.7	0.61	0.46	0.8	0.67	0.49	0.19	0.27	0.81	0.91	0.19	0.79	0.39	0.95
0.2	0.61	0.41	0.96	0.63	0.42	0.87	0.54	0.44	0.06	0.43	0.74	0.51	0.23	0.71	0.81
0.92	0.17	0.99	0.98	0.39	0.1	0.15	0.91	0.95	0.61	0.81	0.46	0.75	0.14	0.26	0.91
0.23	0.97	0.48	0.94	0.09	0.07	0.18	0.64	0.94	0.23	0.19	0.61	0.56	0.79	0.45	0.2
0.8	0.95	0.14	0.65	0.5	0.22	0.52	0.31	0.6	0.38	0.81	0.93	0.01	0.42	0.09	0.37
0.62	0.13	0.78	0.55	0.95	0.66	0.38	0.93	0.77	0.87	0.08	0.3	0.39	0.06	0.97	0.92
0.07	0.73	0.46	0.72	0.21	0.82	0.56	0.25	0.99	0.66	0.15	0.01	0.42	0.15	0.03	0.06
0.8	0.38	0.44	0.77	0.34	0.54	0.92	0.02	0.6	0.54	0.14	0.66	0.59	0.25	0.2	0.14
0.97	0.44	0.28	0.5	0.73	0.25	0.18	0.66	0.6	0.02	0.13	0.24	0.34	0.08	0.81	0.9
0.71	0.04	0.86	0.33	0.17	0.34	0.64	0.96	0.51	0.45	0.39	0.05	0.79	0.62	0.68	0.56
Variant No./ Random values															
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176
0.1	0.05	0.5	0.81	0.06	0.65	0.87	0.96	0.99	0.81	0.63	0.57	0.47	0.36	0.38	0.4
0.52	0.57	0.14	0.59	0.1	0.28	0.97	0.06	0.41	0.4	0.11	0.09	0.71	0.2	0.62	0.8
0.43	0.9	0.39	0.75	0.95	0.15	0.67	0.71	0.57	0.7	0.04	0.2	0.33	0.78	0.69	0.93
0.6	0.07	0.23	0.05	0.58	0.76	0.31	0.76	0.35	0.94	0.21	0.87	0.31	0.25	0.14	0.71
0.2	0.53	0.29	0.28	0.19	0.18	0.26	0.18	0.61	0.25	0.86	0.73	0.21	0.57	0.91	0.98

0.35	0.01	0.41	0.44	0.19	0.73	0.56	0.85	0.48	0.16	0.13	0.61	0.15	0.73	0.52	0.55
0.21	0.33	0.47	0.57	0.41	0.84	0.94	0.68	0.43	0.85	0.23	0.32	0.39	0.07	0.39	0.41
0.43	0.33	0.45	0.47	0.76	0.24	0.16	0.86	0.25	0.18	0.98	0.35	0.69	0.48	0.55	0.62
0.09	0.92	0.19	0.22	0.21	0.84	0.27	0.25	0.5	0.25	0.42	0.56	0.88	0.76	0.71	0.79
0.04	0.94	0.6	0.16	0.53	0.46	0.68	0.04	0.98	0.86	0.27	0.23	0.27	0.91	0.78	0.6
0.85	0.78	0.43	0.83	0.82	0.79	0.67	0.97	0.66	0.81	0.45	0.41	0	0.95	0.38	0.83
0.78	0.63	0.6	0.95	0.06	0.8	0.06	0.42	0.25	0.12	0.52	0.05	0.11	0.73	0.92	0.98
0.48	0.96	0.08	0.41	0.28	0.48	0.86	0.26	0.94	0.56	0.04	0.24	0.19	0.65	0.28	0.5
0.22	0.21	0.06	0.61	0.18	0.63	0.06	0.74	0.42	0.78	0.62	0.2	0.39	0.19	0.49	0.45

Variant No./ Random values															
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
0.04	0.71	0.23	0.71	0.37	0.86	0.96	0.09	0.56	0.36	0.43	0.71	0.91	0.72	0.87	0.46
0.77	0.64	0.65	0.75	0.73	0.96	0.24	0.13	0.89	0.08	0.65	0.83	0.26	0.45	0.99	0.58
0.13	0.39	0.04	0.78	0.02	0.75	0.9	0.09	0.94	0.65	0.76	0.4	0.78	0.95	0.12	0.69
0.46	0.83	0.98	0.35	0.25	0.95	0.7	0.98	0.25	0.82	0.26	0.2	0.52	0.24	0.89	0.4
0.77	0.26	0.71	0.94	0.78	0.26	0.84	0.82	0.6	0.14	0.76	0.99	0.09	0.02	0.64	0.01
0.36	0.39	0.44	0.37	0.45	0.53	0.05	0.06	0.82	0.03	0.49	0.62	0.52	0.45	0.17	0.49
0.39	0.96	0.51	0.43	0.14	0.29	0.8	0.91	0.9	0.65	0.92	0.5	0.93	0.72	0.21	0.69
0.64	0.61	0.51	0.57	0.09	0.85	0.83	0.87	0.41	0.05	0.97	0.88	0.59	0.59	0.77	0.29
0.75	0.49	0.89	0.3	0.16	0.17	0.53	0.92	0.84	0.68	0.13	0.82	0.68	0.68	0.38	0.68
0.94	0.27	0.74	0.15	0.59	0.91	0.85	0.59	0.25	0.24	0.59	0.53	0.95	0.94	0.31	0.04

Variant No./ Random values															
113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128
0.99	0.72	0.52	0.46	0.8	0.84	0.59	0.87	0.27	0.36	0.44	0.69	0.58	0.48	0.65	0.38
0.36	0.73	0.62	0.22	0.62	0.6	0.99	0.12	0.46	0.08	0.05	0.12	0.43	0.88	0.43	0.9
0.45	0.12	0.44	0.13	0.65	0.49	0.76	0.27	0.8	0.79	0.77	0.15	0.69	0.14	0.35	0.99
0.77	0	0.12	0.96	0.16	0.08	0.94	0.41	0.69	0.48	0.68	0.55	0.58	0.48	0.4	0.63
0.53	0.42	0.2	0.72	0.22	0.58	0.28	0.48	0.86	0.48	0.15	0.84	0.56	0.02	0.85	0.06
0.01	0.68	0.42	0.73	0.94	0.52	0.26	0.74	0.67	0.67	0.88	0.95	0.25	0.21	0.38	0.52
0.25	0.49	0.95	0.46	0.66	0.72	0.78	0.23	0.98	0.64	0.56	0.59	0.61	0.16	0.35	0.48
0.86	0.23	0.05	0.77	0.45	0.64	0.98	0.03	0.55	0.93	0.63	0.45	0.68	0.17	0.43	0.24
0.11	0.25	0.15	0.07	0.6	0.69	0.47	0.94	0.51	0.09	0.65	0.96	0.09	0.4	0.25	0.22

Додаток 5. Вільні члени нормальних рівнянь.

1494,337
577,716
235,004
100,998

Додаток 6. Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному.

a=D1/D=	-5,6134662
b=D2/D=	42,563102
c=D3/D=	-111,544047
d=D4/D=	110,919298
Y=aX^3+bX^2+cX+d	

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень.

$$y = -5,613x^3 + 42,563x^2 - 111,54x + 110,92$$

Додаток 7. Знаходження алгебраїчних доповнень.

			5084,751	1674,261	562,089
A44=	4832,4851		1674,261	562,089	193,594
			562,089	193,594	68,935
			5084,751	562,089	193,594
A22=	1228,455		562,089	68,935	25,6
			193,594	25,600	10

A33=	7487,535		5084,751	1674,261	193,594
			1674,261	562,089	68,935
			193,594	68,935	10
			562,089	193,594	68,935
A11=	21,45966		193,594	68,935	25,6
			68,935	25,6	10

Додаток 8. Контроль зрівноваження.

КОНТРОЛЬ ЗРІВНОВАЖЕННЯ:

$$[Y\bar{Y}] - a[YX^3] - b[YX^2] - c[YX] - d[Y] = \begin{matrix} 2,780114 \\ [VV]= 2,780114 \\ 0,000000 \end{matrix}$$

Додаток 9. Оцінка точності зрівноважених елементів.

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$m = 0,6807$$

Середня квадратична похибка коефіцієнта а
ma = 1,444823

Середня квадратична похибка коефіцієнта в
mb = 10,93158

mb =

Середня квадратична похибка коефіцієнта с
mc = 26,98812

0.5	0.24	0.45	0.94	0.55	0.34	0.69	0.08	0.3	0.26	0.42	0.52	0.23	0.08	0.25	0.33
0.44	0.68	0.5	0.35	0.26	0.19	0.31	0.18	0.81	0.71	0.01	0	0.03	0.13	0.78	0.38
0.75	0.28	0.86	0.58	0.75	0.33	0.2	0.83	0.81	0.42	0.06	0.17	0.17	0.76	0.69	0.14
0.73	0.03	0.59	0.82	0.53	0.49	0.04	0.28	0.75	0.54	0.68	0.73	0.11	0.59	0.56	0.28
0.63	0.88	0.23	0.53	0.78	0.75	0.93	0.75	0.19	0.57	0.78	0.18	0.57	0.78	0.05	0.32

Variant No./ Random values

49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
0.17	0.12	0.26	0.8	0.66	0.13	0	0.19	0.27	0.87	0.66	0.11	0.19	0.59	0.09	0.21
0.64	0.2	0.19	0.89	0.38	0.09	0.52	0.57	0.2	0.1	0.65	0.48	0.58	0.63	0.27	0.88
0.65	0.93	0.61	0.53	0.38	0.18	0.27	0.96	0.82	0.3	0.3	0.19	0.52	0.03	0.53	0.01
0.85	0.29	0.68	0.99	0.57	0.73	0.62	0.25	0.99	0.41	0.38	0.91	0.24	0.97	0.21	0.77
0.52	0.83	0.47	0.91	0.31	0.51	0.55	0.74	0.85	0.72	0.42	0.45	0.41	0.5	0.69	0.59
0.5	0.82	0.95	0.33	0.11	0.68	0.61	0.72	0.78	0.55	0.88	0.9	0.75	0.09	0.83	0.81
0.75	0.46	0.37	0.46	0.49	0.39	0.31	0.92	0.55	0.06	0.04	0	0.92	0.77	0.01	0.67
0.11	0.39	0	0.98	0.48	0.82	0.4	0.12	0.85	0.83	0.61	0.6	0.35	0.63	0.7	0.76
0.6	0.1	0.47	0.1	0.18	0.19	0.42	0.95	0.55	0.96	0.19	0.89	0.46	0.76	0.78	0.37
0.44	0.94	0.48	0.25	0.53	0.79	0.77	0.47	0.26	0.84	0.71	0.04	0.04	0.75	0.34	0.64

Variant No./ Random values

65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
0.62	0.08	0.04	0.66	0.84	0.25	0.9	0.69	0.49	0.12	0.93	0.31	0.36	0.77	0.02	0.89
0.89	0.15	0.21	0.04	0.75	0.21	0.62	0.05	0.69	0.66	0.02	0.4	0.58	0.03	0.81	0.5
0.19	0.35	0.11	0.25	0.33	0.82	0.43	0	0.35	0.58	0.76	0.4	0.24	0.74	0.96	0.47
0.32	0.63	0.91	0.41	0.99	0.27	0.26	0.04	0.26	0.99	0.22	0.79	0.67	0.82	0.35	0.47
0.81	0.63	0.6	0.09	0.34	0.17	0.21	0.64	0.12	0.19	0.92	0.45	0.86	0.31	0.5	0.3
0.28	0.61	0.82	0.97	0.45	0.55	0.7	0.67	0.49	0.83	0.85	0.05	0.49	0.45	0.88	0.58
0.69	0.26	0.99	0.56	0.9	0.92	0.72	0.1	0.79	0.75	0.09	0.3	0.29	0.55	0.32	0.11
0.65	0.34	0.49	0.87	0.2	0.27	0.55	0.96	0.02	0.36	0.48	0.06	0.65	0.49	0.91	0.19
0.88	0.18	0.34	0.79	0.77	0.53	0.56	0.63	0.69	0.8	0.74	0.26	0.54	0.25	0.27	0.86
0.25	0.51	0.81	0.84	0.17	0.57	0.46	0.72	0.89	0.09	0.77	0.77	0.27	0.93	0.8	0

Variant No./ Random values

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
0.81	0.64	0.7	0.6	0.01	0.61	0.45	0.24	0.91	0.92	0.17	0.32	0.17	0.21	0.47	0.72

Додаток 15. Таблиці Валецького О.О.

Variant No./ Random values															
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.14	0.15	0.92	0.65	0.35	0.89	0.79	0.32	0.38	0.46	0.26	0.43	0.38	0.32	0.79	0.5
0.28	0.84	0.19	0.71	0.69	0.39	0.93	0.75	0.1	0.58	0.2	0.97	0.49	0.44	0.59	0.23
0.07	0.81	0.64	0.06	0.28	0.62	0.08	0.99	0.86	0.28	0.03	0.48	0.25	0.34	0.21	0.17
0.06	0.79	0.82	0.14	0.8	0.86	0.51	0.32	0.82	0.3	0.66	0.47	0.09	0.38	0.44	0.6
0.95	0.5	0.58	0.22	0.31	0.72	0.53	0.59	0.4	0.81	0.28	0.48	0.11	0.17	0.45	0.02
0.84	0.1	0.27	0.01	0.93	0.85	0.21	0.1	0.55	0.59	0.64	0.46	0.22	0.94	0.89	0.54
0.93	0.03	0.81	0.96	0.44	0.28	0.81	0.09	0.75	0.66	0.59	0.33	0.44	0.61	0.28	0.47
0.56	0.48	0.23	0.37	0.86	0.78	0.31	0.65	0.27	0.12	0.01	0.9	0.91	0.45	0.64	0.85
0.66	0.92	0.34	0.6	0.34	0.86	0.1	0.45	0.43	0.26	0.64	0.82	0.13	0.39	0.36	0.07
0.26	0.02	0.49	0.14	0.12	0.73	0.72	0.45	0.87	0	0.66	0.06	0.31	0.55	0.88	0.17
Variant No./ Random values															
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
0.48	0.81	0.52	0.09	0.2	0.96	0.28	0.29	0.25	0.4	0.91	0.71	0.53	0.64	0.36	0.78
0.92	0.59	0.03	0.6	0.01	0.13	0.3	0.53	0.05	0.48	0.82	0.04	0.66	0.52	0.13	0.84
0.14	0.69	0.51	0.94	0.15	0.11	0.6	0.94	0.33	0.05	0.72	0.7	0.36	0.57	0.59	0.59
0.19	0.53	0.09	0.21	0.86	0.11	0.73	0.81	0.93	0.26	0.11	0.79	0.31	0.05	0.11	0.85
0.48	0.07	0.44	0.62	0.37	0.99	0.62	0.74	0.95	0.67	0.35	0.18	0.85	0.75	0.27	0.24
0.89	0.12	0.27	0.93	0.81	0.83	0.01	0.19	0.49	0.12	0.98	0.33	0.67	0.33	0.62	0.44
0.06	0.56	0.64	0.3	0.86	0.02	0.13	0.94	0.94	0.63	0.95	0.22	0.47	0.37	0.19	0.07
0.02	0.17	0.98	0.6	0.94	0.37	0.02	0.77	0.05	0.39	0.21	0.71	0.76	0.29	0.31	0.76
0.75	0.23	0.84	0.67	0.48	0.18	0.46	0.76	0.69	0.4	0.51	0.32	0	0.05	0.68	0.12
0.71	0.45	0.26	0.35	0.6	0.82	0.77	0.85	0.77	0.13	0.42	0.75	0.77	0.89	0.6	0.91
Variant No./ Random values															
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0.73	0.63	0.71	0.78	0.72	0.14	0.68	0.44	0.09	0.01	0.22	0.49	0.53	0.43	0.01	0.46
0.54	0.95	0.85	0.37	0.1	0.5	0.79	0.22	0.79	0.68	0.92	0.58	0.92	0.35	0.42	0.01
0.99	0.56	0.11	0.21	0.29	0.02	0.19	0.6	0.86	0.4	0.34	0.41	0.81	0.59	0.81	0.36
0.29	0.77	0.47	0.71	0.3	0.99	0.6	0.51	0.87	0.07	0.21	0.13	0.49	0.99	0.99	0.98
0.37	0.29	0.78	0.04	0.99	0.51	0.05	0.97	0.31	0.73	0.28	0.16	0.09	0.63	0.18	0.59

Середня квадратична похибка коефіцієнта d
md= 21,68145

Додаток 10. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь

		φ	
1	1,630	2,658	4,33283846
1	1,897	3,598	6,82491705
1	1,990	3,961	7,88463488
1	2,200	4,840	10,649477
1	2,384	5,683	13,546488
1	2,905	8,440	24,518019
1	2,976	8,855	26,352350
1	3,151	9,927	31,275554
1	3,059	9,355	28,615384
1	3,408	11,617	39,594594

Додаток 11. Обернена матриця Q

Обернена матриця Q			
4,505	-33,982	83,0633	-65,60775
-33,982	257,9	-634,505	504,37224
83,06326	-634,51	1571,93	-1258,269
-65,6078	504,37	-1258,27	1014,5311

Додаток 12. Допоміжна матриця Q'

$\varphi^*Q=Q'$			
-0,9881018	8,16305	-22,06839	19,452556
0,4303416	-3,17382	7,3756419	-5,2342055
0,6206209	-4,77945	11,76979	-9,0986101
0,6304228	-5,13495	13,43075	-11,089829
0,3235584	-2,95247	8,492793	-7,5527666
-0,6360252	4,492588	-10,08928	7,2721966
-0,6300339	4,541792	-10,43357	7,6984189
-0,3272439	2,559306	-6,317977	4,9668211
-0,543	4,016	-9,462	7,1527383
1,119	-7,732	17,302	-12,56732

Додаток 13. Вектор обернених ваг зрівноваженої функції

Перемноживши построчно елементи матриці Q на транспоновані строчки матриці φ , отримаємо вектор обернених ваг зрівноваженої функції

0,889397
0,273793
0,287076
0,317419
0,297859
0,283498
0,266938
0,231653
0,242609
0,909757
1/P=Q' * φ^T

Додаток 13. Квадратний корінь із обернених ваг

0,943079
0,523252
0,535794
0,5634
0,545765
0,532445
0,51666
0,481303
0,492554
0,953812
$\sqrt{(1/P)}$

Додаток 14. Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

$m_\varphi=$

0,641953
0,356178
0,364715
0,383506
0,371502
0,362436
0,351691
0,327623
0,335281
0,64926
m_φ